

II.

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^{x+1} = 425$$

14. Legyen $f: [-2; 5] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = |x - 4|$, és $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2x + 1$.

a) Ábrázolja az f függvényt!

b) Határozza meg, x mely értéke esetén lesz az f és a g függvény értéke egyenlő!

Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 3, differenciája 2. Összeadjuk a sorozat tagjait az 5. tagtól kezdve az 50. tagig.

c) Számítsa ki ezt az összeget!

15. Egy háromszög csúcsai: $A(-4; -10)$, $B(6; 14)$, $C(11; -2)$.

a) Számítsa ki az ABC háromszög AB oldallal párhuzamos középvonalának hosszát!

b) Írja fel az ABC háromszög AB oldalához tartozó magasságvonalának egyenletét!

c) Számítsa ki a háromszög A csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. Édesanya egy plüss hóembert készít a kisfiának. A hóember testét két – szivacstörmelékkel kitömött – gömbből varrja össze. A töltőanyag a tömörítés miatt 20%-kal kisebb térfogatú lesz a töltés során.

a) Hány liter (tömörítetlen) töltőanyagra volt szükség a test megtöltéséhez, ha a gömbök 20 cm, illetve 16 cm átmérőjűek?

A hóember orra forgáskúp alakú lesz. A kúp alapja egy 2 cm sugarú kör, magassága 4,8 cm. A kúp palástjának elkészítéséhez egy körcikket kell kivágni narancssárga anyagból.

b) Számítsa ki a körcikk sugarát és középponti szögét!

(Az illesztéshez szükséges ráhagyást ne vegye figyelembe!)

Édesanya kijelölte a hóember két szemének és három kabátgombjának helyét. A varrodobozában hatféle különböző méretű fekete gombot talált, mindegyik méretből legalább hármat. Tervei szerint két egyforma méretű gomb lesz a hóember két szeme, a kabátgombok pedig föntről lefelé haladva egyre nagyobbak lesznek. A kabátgombok lehetnek ugyanakkorák, kisebbek vagy nagyobbak is, mint a hóember szeme.

c) Hány különböző tervet készíthetett édesanya?

(Két terv akkor különböző, ha a tervek alapján elkészített két hóember a felvarrt gombok mérete alapján megkülönböztethető.)

17. Az autók átlagfogyasztását Magyarországon literben, 100 kilométerre vetítve szokták megadni.

Kovács úr egyik útja során autójával először 1 órán keresztül 70 km/h átlagsebességgel haladt. A fedélzeti számítógép szerint ez alatt az autó átlagos üzemanyag-fogyasztása (100 kilométerre vetítve) 6,0 liter volt. Ezután 1 órán keresztül 120 km/h átlagsebességgel haladt, ami alatt az átlagos fogyasztás (100 kilométerre vetítve) 8,5 liter volt.

a) Számítsa ki az autó átlagfogyasztását a teljes útra vonatkoztatva!

Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Kovács úr üzleti útra Washingtonba utazik. Amikor megérkezik, autót bérel. Az egyik autón ez olvasható: „Ez az autó átlagosan 25 mérföld utat tesz meg 1 gallon benzinnel.” Tudjuk, hogy 1 gallon körülbelül 3,8 liter, 1 mérföld pedig kb. 1600 méter.



b) Számítsa ki, hogy ez az autó hány liter benzint fogyaszt 100 kilométeren!

Kovács úr hét napon keresztül minden nap utazott a bérelt autóval. Megfigyelte, hogy a második naptól kezdve minden nap 10%-kal rövidebb utat tett meg, mint az azt megelőző napon.

c) Hány mérföldet tett meg az első napon, ha a hetedik napon 186 mérföldet tett meg?

Washingtonban az autók rendszáma hét karakterből áll: az első három karakter betű, az utolsó négy pedig szám (pl. APR 0123). (Előfordulhat, hogy mind a négy szám nulla.) Az APR betűkkel kezdődő rendszámokat már mind kiadták, ezek közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk.

d) Melyik esemény a valószínűbb: az, hogy a kiválasztott rendszámon az APR betűk után négy különböző számjegy szerepel, vagy az, hogy a számjegyek között legalább kettő azonos?

18. Egy tanulókísérleti órán a diákok a nehézségi gyorsulást (g) mérték egy úgynevezett ejtőgép segítségével. Az ejtőgép csővébe egy méréshez 10 egyforma vasgolyót töltenek, melyek egymás után esnek ki a csőből. A 10 golyó leesésének összidejéből számolható a g értéke.

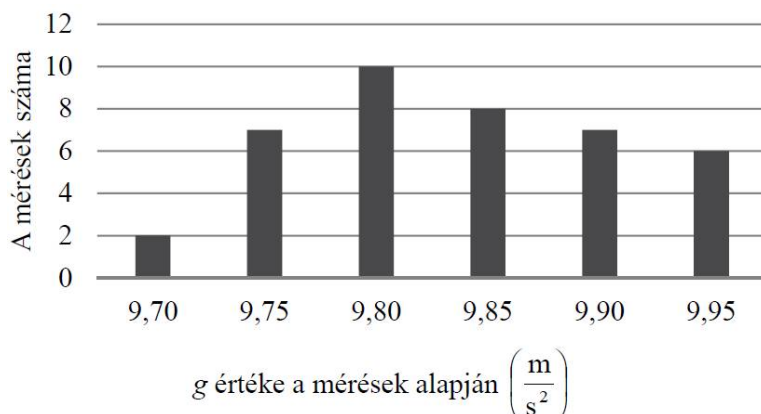
Az órán öt mérőpár dolgozott, minden pár nyolc sikeres mérést végzett. Az egyik mérőpár a következő értékeket kapta:

$$9,90; 9,95; 9,70; 9,85; 9,80; 9,95; 9,75; 9,90 \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

A nyolc mérésből álló méréssorozat ezzel az eszközzel akkor számít jónak, ha a kapott nyolc mérési eredmény szórása legfeljebb $0,1 \frac{m}{s^2}$.

a) Jónak számít-e a fenti méréssorozat?

Az alábbi diagram mutatja az öt mérőpár összesen 40 sikeres mérésének eredményét.



b) Adja meg a 40 mérési eredmény átlagát és mediánját!

Az egyik mérőpár készletéből hiányzott két vasgolyó, melyeket két egyforma rézgolyóval helyettesítettek.

c) Hányféle sorrendben tölthető a csőbe a 10 golyó, ha a két rézgolyó nem kerülhet egymás mellé, és az azonos anyagból készült golyókat nem különböztetjük meg egymástól?

Egy mérési folyamat során előfordulhat, hogy a 10 golyó egyike beragad. Ekkor ez a mérés sikertelen. Tudjuk, hogy 0,06 annak a valószínűsége, hogy egy mérés sikertelen.

d) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 40 mérés mindegyike sikeres lesz!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	17d	18a	18b	18c	18d
5	5	3	4	5	4	5	5	6	6	5	6	3	3	5	4	5	5	3

