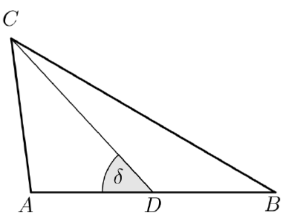
II.

13. a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$x+4=\sqrt{4x+21}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol *x* és *y* valós számot jelöl!

$$\left.\begin{aligned} 3x+y&=16 \\ 5x-2y&=45 \end{aligned}\right\}$$



14. Az ábrán látható *ABC* háromszögben a *D* pont felezi az *AB* oldalt. A háromszögben ismert: *AB* = 48 mm, *CD* = 41 mm, δ = 47°.

a) Számítsa ki az *ABC* háromszög területét!

b) Számítással igazolja, hogy (egész milliméterre kerekítve) a háromszög *BC* oldalának hossza 60 mm!

c) Számítsa ki a háromszög *B* csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

15. Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.

a) Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek.
A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője?

b) Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról!

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

c) Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:
Minden háztartásban van televízió.
Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!

A) Semelyik háztartásban nincs televízió.
B) Van olyan háztartás, ahol van televízió.
C) Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.
D) Nem minden háztartásban van televízió.

Tamás állításának tagadását jelentő állítások betűjele: …………….

A 16 – 18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

16. A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ($2\cdot10^{-6}$ m), átmérője 0,5 mikrométer ($5\cdot10^{-7}$ m).

a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét!
Számításainak eredményét m^3-ben, illetve m^2-ben, normálalakban adja meg!

Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.

b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével?

A baktériumok számát a tápoldatban *t* perc elteltével a $B(t) = 3000000 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$ összefüggés adja meg.

c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót?
Válaszát egészre kerekítve adja meg!

17. Adott a koordináta-rendszerben két pont: $A(1; -3)$ és $B(7; -1)$.

a) Írja fel az *A* és *B* pontokra illeszkedő *e* egyenes egyenletét!

b) Számítással igazolja, hogy az *A* és a *B* pont is illeszkedik az $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 10$ egyenletű *k* körre, és számítsa ki az *AB* húr hosszát!

Az *f* egyenesről tudjuk, hogy illeszkedik az *A* pontra és merőleges az *AB* szakaszra.

c) Számítsa ki a *k* kör és az *f* egyenes (*A*-tól különböző) metszéspontjának koordinátáit!

18. a) Egy memóriajáték 30 olyan egyforma méretű lapból áll, melyek egyik oldalán egy-egy egész szám áll az 1, 2, 3, … 14, 15 számok közül. Mindegyik szám pontosan két lapon szerepel. A lapok másik oldala (a hátoldala) teljesen azonos mintázatú. A 30 lapot összekeverjük. A játék kezdetén a lapokat az asztalra helyezzük egymás mellé, hátoldalukkal felfelé fordítva, így a számok nem látszanak. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a játék kezdetén két lapot véletlenszerűen kiválasztva a lapokon álló számok megegyeznek!

b) Egy dominókészlet azonos méretű kövekből áll. Minden dominókő egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma kő nem lehet egy készletben. Az ábrán két kő látható: a 4-4-es és a 0-5-ös (vagy 5-0-ás).
Hány kőből áll egy dominókészlet?

c) A „Ki nevet a végén?” nevű társasjátékban egy játékos akkor indulhat el a pályán, amikor egy szabályos dobókockával 6-ost dob.
Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy valaki pontosan a harmadik dobására indulhat el a pályán!

Pontszámok:

13a	13b	14a	14b	14c	15a	15b	15c	16a	16b	16c	17a	17b	17c	18a	18b	18c
6	6	5	4	3	6	4	2	5	4	8	4	4	9	5	6	6