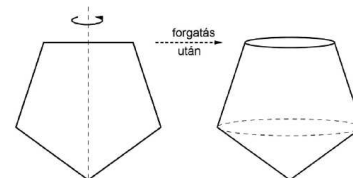


I.

1. a) Egy téglalapot 720 darab egybevágó kis téglalapra daraboltunk szét. A kis téglalapok oldalai közül az egyik 1 cm-rel hosszabb, mint a másik.
Hány cm hosszúak egy-egy kis téglalap oldalai, ha a nagy téglalap területe 2025 cm^2 ?
- b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből összesen 720 olyan hatjegyű szám képezhető, melynek számjegyei között nincsenek egyenlők.
Ezek között hány 12-vel osztható van?

2. Jelölje H a $\sqrt{5,2-x} \leq 3$ egyenlőtlenség **pozitív egész** megoldásainak halmazát. Jelölje továbbá B azon **pozitív egész** b számok halmazát, amelyekre a $\log_b 2^6$ kifejezés értéke is pozitív egész szám. Elemeinek felsorolásával adja meg a H , a B , a $H \cap B$ és a $B \setminus H$ halmazt!

3. Egy cég a függőleges irány kijelölésére alkalmas, az építkezéseknél is gyakran használt „függőönt” gyárt, amelynek nehezéke egy acélból készült test. Ez a test egy 2 cm oldalhosszúságú szabályos ötszög egyik szimmetriatengelye körüli forgatásával származtatható (lásd az ábrán).

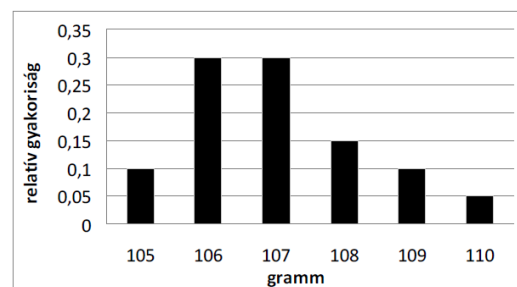


- a) Hány cm^3 a nehezék térfogata?

Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A minőségellenőrzés 120 darab terméket vizsgált meg.

Feljegyezték az egyes darabok egész grammokra kerekített tömegét is. Hatféle tömeg fordult elő, ezek relatív gyakoriságát mutatja az oszlopdiagram.



- b) Készítsen gyakorisági táblázatot a 120 adatról, és számítsa ki ezek átlagát és szórását!

4. a) Deriváltfüggvényének segítségével elemezze az $f:]-2; 3[\rightarrow$

$\mathbf{R}: f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x$ függvényt a következő szempontok szerint: növekedés és fogyás, lokális szélsőértékek helye és értéke!

- b) Adja meg azt a $g:]-2; 3[\rightarrow \mathbf{R}$ függvényt, amelyre igaz, hogy $g' = f$ (tehát az f függvény a g deriváltfüggvénye), és ezen kívül $g(2) = 0$ is teljesül!

II.

Az 5 – 9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

5. a) Igazolja, hogy a $\left(-\frac{1}{2}\right)$, a 0 és a 3 is gyöke a $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$ egyenletnek, és az egyenletnek ezeken kívül más valós gyöke nincs!

- b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2 \cos^3 x - 5 \cos^2 x - 3 \cos x = 0$$

- c) Mutassa meg, hogy a $2 \cdot 8^x + 7 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^x = 0$ egyenletnek nincs valós gyöke!

6. Egy üzemben olyan digitális műszert gyártanak, amely kétféle adat mérésére alkalmas: távolságot és szöveget lehet vele meghatározni. A gyártósor meghibásodott, de ezt hosszabb ideig nem vették észre. Ezalatt sok mérőeszközt gyártottak, ám ezeknek csak a 93%-a adja meg hibátlanul a szöveget, a 95%-a méri hibátlanul a távolságot, sőt a gyártott mérőeszközök 2%-a mindkét adatot hibásan határozza meg.

- a) Az egyik minőségellenőr 20 darab műszert vizsgál meg **visszatevéses** mintavétellel a meghibásodási időszak alatt készült termékek közül. Mekkora annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 darab hibásat talál közöttük? (Egy műszert hibásnak tekintünk, ha akár a szöveget, akár a távolságot hibásan méri.)

Vízszintes, sík terepen futó patak túlpartján álló fa magasságát kell meghatároznunk. A síkra merőlegesen álló fát megközelíteni nem tudjuk, de van egy kisméretű, digitális műszerünk, amellyel

szöget és távolságot is pontosan tudunk mérni. A patakparton kitűzzük az A és B pontokat, amelyek 10 méterre vannak egymástól. Az A pontból 55° -os, a B -ből 60° -os emelkedési szög alatt látszik a fa teteje. Szögméréssel még megállapítjuk, hogy $ATB \sphericalangle = 90^\circ$, ahol T a fa „talppontja”.

b) Milyen magas a fa?

7. Egy növekvő számtani sorozat első három tagjából álló adathalmaz szórásnégyzete 6.

a) Igazolja, hogy a sorozat differenciája 3-mal egyenlő!

András, Barbara, Cili, Dezső és Edit rokonok. Cili 3 évvel idősebb Barbaránál, Dezső 6 évvel fiatalabb Barbaránál, Edit pedig 9 évvel idősebb Cilinél. Dezső, Barbara és Edit életkora (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat három egymást követő tagja, András, Barbara és Cili életkora (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat három szomszédos tagja.

b) Hány éves András?

András, Barbara, Cili, Dezső, Edit és Feri moziba mennek.

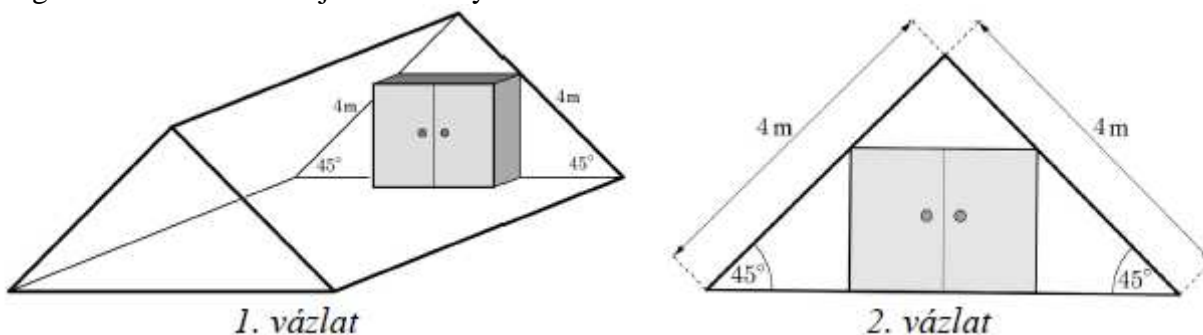
c) Hányféleképpen foglalhatnak helyet hat egymás melletti széken úgy, hogy a három lány ne három egymás melletti széken üljön?

8. Egy $ABCD$ négyzet A csúcsa a koordinátarendszer y tengelyére, szomszédos B csúcsa pedig a koordinátarendszer x tengelyére illeszkedik.

a) Bizonyítsa be, hogy a négyzet K középpontjának koordinátái vagy egyenlők, vagy egymás ellentettjei!

b) Egy ilyen négyzet középpontja a $(7; 7)$ pont. A négyzet oldala 10 egység hosszú. Számítsa ki a négyzet koordinátatengelyekre illeszkedő két csúcsának koordinátáit!

9. Kovács úr a tetőterébe egy téglatest alakú beépített szekrényt készített. Két vázlatot rajzolt a terveiről az asztalosnak, és ezeken feltüntette a tetőtér megfelelő adatait is. Az első vázlat „térhatású”, a második pedig előlnézetben ábrázolja a szekrényt.



A tetőtér adottságai miatt a szekrény mélységének pontosan 60 cm-nek kell lennie.

a) Mekkora legyen a szekrény vízszintes és függőleges mérete (azaz a szélessége és a magassága), ha a lehető legnagyobb térfogatú szekrényt szeretné elkészíttetni?

(A magasság, a szélesség és a mélység a szekrény külső méretei, Kovács úr ezekkel számítja ki a térfogatot.)

A szekrény elkészült. Az akasztós részébe Kovács úr vasárnap este 7 inget tesz be, a hét minden napjára egyet-egyet. Az ingek között van 2 fehér, 2 világoskék és 3 sárga. Reggelente nagyon siet, ezért Kovács úr csak benyúl a szekrénybe, és anélkül, hogy odanézne, véletlenszerűen kivessz egy inget.

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a hét első három napján vagy három különböző színű vagy három egyforma színű inget választ?

(Ha valamelyik nap viselt egy inget, azt utána már nem teszi vissza a szekrénybe.)

Pontszámok:

1a	1b	2	3a	3b	4a	4b	5a	5b	5c	6a	6b	7a	7b	7c	8a	8b	9a	9b
7	5	11	9	5	10	4	5	6	5	7	9	4	6	6	8	8	8	8