

## I.

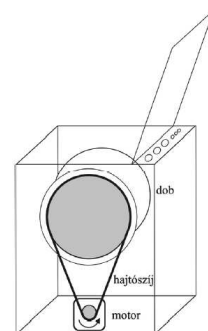
1. Jelölje  $A$  az  $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$  egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát,  $B$  pedig az  $|x+3| < 4$

egyenlőtlenség **egész** megoldásainak a halmazát.

Elemi felsorolásával adja meg az  $A \cap B$ , az  $A \setminus B$  és az  $A \cup B$  halmazt!

2. Az ábrán egy mosógép vázlatos rajza látható. A kisebb, 1 cm sugarú kerék a motor tengelyéhez kapcsolódik, és egy hajtósíj segítségével forgatja meg a mosógép dobjához rögzített, 20 cm sugarú kereket, amitől a dob és benne a ruhák forognak mosás közben. A két kerék tengelye párhuzamos, a tengelyek távolsága 46 cm. (A hajtósíj a tengelyekre merőleges síkban van.)

Milyen hosszú a feszes hajtósíj?



3. Tekintsük a következő, **egyszerű** gráfokra vonatkozó állítást:

*Ha a gráf minden pontjának fokszáma legalább 2, akkor a gráf biztosan összefüggő.*

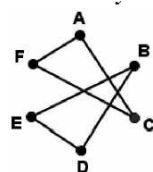
a) Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás! Válaszát indokolja!

b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását! Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás megfordítása! Válaszát indokolja!

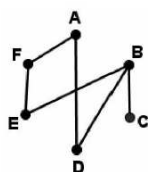
Tekintsük a következő halmazokat:

$P = \{\text{összefüggő gráfok}\}$ ,  $Q = \{\text{egyszerű gráfok}\}$ ,  $R = \{\text{kört tartalmazó gráfok}\}$ .

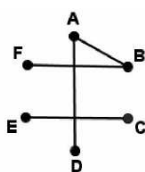
c) Helyezze el az alábbi gráfok ábrájának sorszámát a mellékelt halmazábrában a megfelelő helyre!



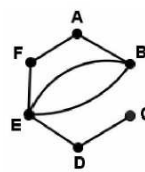
1. ábra



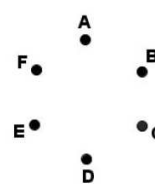
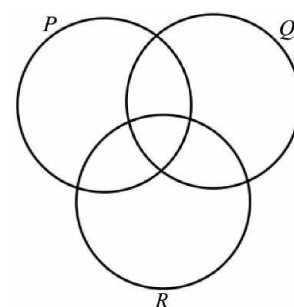
2. ábra



3. ábra



4. ábra



5. ábra

- d) Rajzoljon egy 6 pontú fagrafot az 5. ábrára, és helyezze el ennek a sorszámát is a fenti halmazábrában a megfelelő helyre!

4. a) Egy bank olyan hitelkonstrukciót ajánl, amelyben napi kamatlábat számolnak úgy, hogy az adott hitelre megállapított éves kamatlábat 365-tel elosztják. Egy adott évben a hitelfelvételt követően minden napra kiszámolják a napi kamat értékét, majd ezeket december 31-én összeadják és csak ekkor tőkésítik (azaz a felvett hitel értékéhez adják).

Ez a bank egy adott évben évi 8%-os kamatlábat állapított meg. Éva abban az évben a március 1-jén felvett 40 000 Ft után október 1-jén újabb 40 000 Ft hitelt vett fel. A két kölcsön felvétele után mennyi kamatot tőkésít a bank december 31-én?

(A hitelfelvétel napján és az év utolsó napján is számítanak napi kamatot.)

- b) Ádám is vett fel hitelekettől a banktól évi 8%-os kamatos kamatra. Az egyik év január 1-jén éppen 1 000 000 Ft tartozása volt. Több hitelt nem vett fel, és attól kezdve 10 éven keresztül minden év végén befizette az azonos összegű törlesztőrészletet.

(A törlesztőrészlet összegét a bank már az éves kamattal megnövelt tartozásból vonja le.)

Mekkora volt ez a törlesztőrészlet, ha Ádám a 10 befizetés után teljesen visszafizette a felvett hitelt?

Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

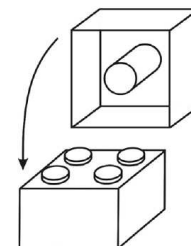
## II.

**Az 5 – 9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!**

5. Az  $ABCD$  húrtrapéz köré írt körének egyenlete  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 100$ . A húrtrapéz szimmetriatengelyének egyenlete  $2x - y = 4$ . A trapéz  $AB$  alapjának egy belső pontja  $P(-5; 1)$ ,  $BC$  szárának hossza pedig  $10\sqrt{2}$  egység.

Határozza meg a trapéz csúcsainak koordinátáit!

6. Egy 1 méter oldalú négyzetbe egy második négyzetet rajzoltunk úgy, hogy a belső négyzet minden csúcsa illeszkedjen a külső négyzet egy-egy oldalára. A belső és a külső négyzet oldalainak aránya 5 : 7.
- a) Milyen arányban osztja két részre a belső négyzet csúcsa a külső négyzet oldalát?  
Az arány pontos értékét adja meg!  
A belső négyzetbe egy újabb, harmadik négyzetet rajzolunk úgy, hogy a harmadik és a második négyzet oldalainak aránya is 5 : 7. Ezt az eljárást aztán gondolatban végtelen sokszor megismételjük.
- b) Mekkora lesz a kapott négyzetek kerületeinek az összege, ha a kiindulási négyzet kerülete is tagja a (végtelen sok tagú) összegnek?
7. Egy üzemben olyan forgáshenger alakú konzervdoboz gyártását szeretnék elkezdni, amelynek térfogata  $1000 \text{ cm}^3$ . A doboz aljának és tetejének anyagköltsége  $0,2 \text{ Ft/cm}^2$ , míg oldalának anyagköltsége  $0,1 \text{ Ft/cm}^2$ .
- a) Mekkora legyenek a konzervdoboz méretei (az alapkör sugara és a doboz magassága), ha a doboz anyagköltségét minimalizálni akarják?  
Válaszát cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!  
Számítsa ki a minimális anyagköltséget is egész forintra kerekítve!  
A megtöltött konzervdobozokat tizenkettesével csomagolták kartondobozokba. Egy ellenőrzés alkalmával 10 ilyen kartondoboz tartalmát megvizsgálták. Minden kartondoboz esetén feljegyezték, hogy a benne található 12 konzerv között hány olyat találtak, amelyben a töltésűly nem érte el az előírt minimális értéket. Az ellenőrök a 10 kartondobozban rendre 0, 1, 0, 0, 2, 0, 0, 1, 3, 0 ilyen konzervet találtak, s ezeket a konzerveket selejtesnek minősítették.
- b) Határozza meg a kartondobozonkénti selejtes konzervek számának átlagát és az átlagtól mért átlagos abszolút eltérést!
8. Egy építőkészletben a rajzon látható négyzetes hasáb alakú elem is megtalálható. Két ilyen építőelem illeszkedését az egyik elem tetején kiemelkedő négy egyforma kis henger és a másik elem alján lévő nagyobb henger szoros, érintkező kapcsolata biztosítja. (Ez azt jelenti, hogy a hengerek tengelyére merőleges síkmetszetben a nagyobb kört érinti a négy kisebb kör, amelyek középpontjai egy négyzetet határoznak meg.) Tudjuk, hogy a kis hengerek sugara 3 mm, az egymás melletti kis hengerek tengelyének távolsága pedig 12 mm.
- a) Mekkora a nagyobb henger átmérője?  
Válaszát milliméterben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg!  
A készletben az építőelemek kék vagy piros színűek. Péter 8 ilyen elemet egymásra rak úgy, hogy több piros színű van köztük, mint kék. Lehet, hogy csak az egyik színt használja, de lehet, hogy mindkettőt.
- b) Hányféle különböző színösszeállítású 8 emeletes tornyot tud építeni?  
A gyárban (ahol ezeket az építőelemeket készítik) nagyon ügyelnek a pontosságra. Egymillió építőelemből átlagosan csupán 20 selejtes. András olyan készletet szeretne vásárolni, melyre igaz a következő állítás: *0,01-nél kisebb annak a valószínűsége, hogy a dobozban található építőelemek között van selejtes.*
- c) Legfeljebb hány darabos készletet vásárolhat András?
9. Egy dobozban 17 darab egyforma sugarú golyó van. A golyók közül 8 darab sárga és 9 darab zöld.
- a) **Visszatevés nélkül** kihúzzunk a dobozból 3 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott 3 golyó egyszínű?
- b) Ha úgy húzzunk ki a dobozból 5 golyót, hogy a kivett golyót minden egyes húzás után **visszatesszük**, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 alkalommal sárga golyót, 2 alkalommal pedig zöld golyót húzzunk?
- c) A golyók meg vannak számozva 1-től 17-ig. Mennyi annak a valószínűsége, hogy **visszatevés nélkül** 3 golyót kihúzva a golyókon található számok összege osztható 3-mal?  
Válaszait három tizedesjegyre kerekítve adja meg!



Pontszámok:

1	2	3a	3b	3c	3d	4a	4b	5	6a	6b	7a	7b	8a	8b	8c	9a	9b	9c
11	13	2	4	4	3	5	9	16	10	6	13	3	5	4	7	4	4	8