

## I.

1. Hatjegyű pozitív egész számokat képezünk úgy, hogy a képzett számban szereplő számjegy annyiszor fordul elő, amekkora a számjegy. Hány ilyen hatjegyű szám képezhető?

2. Legyen  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{x-1} \geq \sqrt{5-x}\}$  és  $B = \left\{x \in \mathbf{R} \mid \log_{\frac{1}{2}}(2x-4) > -2\right\}$

Adja meg az  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $B \setminus A$  halmazokat!

3. Egy város sportklubjának 640 fős tagságát felnőttek és diákok alkotják. A tagság 55%-a sportol rendszeresen. A rendszeresen sportoló tagok számának és a sportklub teljes taglétszámának az aránya  $\frac{11}{8}$ -szor akkora, mint a rendszeresen sportoló felnőttek számának aránya a felnőtt klubtagok számához

viszonyítva. A rendszeresen sportolók aránya a felnőtt tagságban fele akkora, mint amekkora ez az arány a diákok között.

Hány felnőtt és hány diák tagja van ennek a sportklubnak?

4. Egy gyártósoron 8 darab gép dolgozik. A gépek mindegyike, egymástól függetlenül 0,05 valószínűséggel túlmelegszik a reggeli bekapcsoláskor. Ha a munkanap kezdetén 3 vagy több gép túlmelegszik, akkor az egész gyártósor leáll.

A 8 gép reggeli beindításakor bekövetkező túlmelegedések számát a binomiális eloszlással modellezzük.

a) Adja meg az eloszlás két paraméterét! Számítsa ki az eloszlás várható értékét!

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a reggeli munkakezdéskor egyik gép sem melegszik túl?

c) Igazolja a modell alapján, hogy (négy tizedes jegyre kerekítve) 0,0058 annak a valószínűsége, hogy a gépek túlmelegedése miatt a gyártósoron leáll a termelés a munkanap kezdetekor!

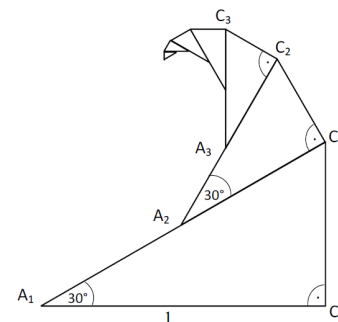
## II.

**Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!**

5. Az  $A_1C_0C_1$  derékszögű háromszögben az  $A_1$  csúcsnál  $30^\circ$ -os szög van, az  $A_1C_0$  befogó hossza 1, az  $A_1C_1$  átfogó felezőpontja  $A_2$ .

Az  $A_2C_1$  szakasz „föle” az  $A_1C_0C_1$  háromszöghöz hasonló  $A_2C_1C_2$  derékszögű háromszöget rajzoljuk az ábra szerint. Az  $A_2C_2$  átfogó felezőpontja  $A_3$ .

Az  $A_3C_2$  szakasz „föle” az  $A_2C_1C_2$  háromszöghöz hasonló  $A_3C_2C_3$  derékszögű háromszöget rajzoljuk. Ez az eljárás tovább folytatható.



a) Számítsa ki az így nyerhető végtelen sok derékszögű háromszög területének összegét (az összeg első tagja az  $A_1C_0C_1$  háromszög területe)!

b) Igazolja, hogy a  $C_0C_1C_2 \dots C_n$  töröttvonal hossza minden pozitív egész  $n$ -re kisebb, mint 1,4.

6. Adott a síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben az  $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 3 = 0$  egyenletű kör. Ebbe a körbe szabályos háromszöget írunk, amelynek egyik csúcsa  $A(1; -2)$ .

a) Számítsa ki a szabályos háromszög másik két csúcsának koordinátáit! Pontos értékekkel számoljon!

b) Véletlenszerűen kiválasztjuk az adott kör egy belső pontját. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a tekintett szabályos háromszögnek is belső pontja?

Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!

7. A nyomda egy plakátot 14400 példányban állít elő. A költségeket csak a nyomtatáshoz felhasznált nyomólemezek (klisék) darabszámának változtatásával tudják befolyásolni. Egy nyomólemez 2500 Ft-ba kerül, és a nyomólemezek mindegyikével óránként 100 plakát készül el. A nyomólemezek árán felül, a lemezek számától függetlenül, minden nyomtatásra fordított munkaóra további 40000 Ft költséget jelent a nyomdának. A ráfordított idő és az erre az időre jutó költség egyenesen arányos.

- a) Mennyi a nyomólemezek árának és a nyomtatásra fordított munkaórák miatt fellépő költségnek az összege, ha a 14400 plakát kinyomtatásához 16 nyomólemezt használnak?
- b) A 14400 plakát kinyomtatását a nyomda a legkisebb költséggel akarja megoldani. Hány nyomólemezt kell ekkor használnia? Mennyi ebben az esetben a nyomólemezekre és a ráfordított munkaidőre jutó költségek összege?
8. Egy fából készült négyzetes oszlop minden élének hossza centiméterben mérve 2-nél nagyobb egész szám. A négyzetes oszlop minden lapját befestettük pirosra, majd a lapokkal párhuzamosan 1 cm élű kis kockára vágtuk. A kis kockák közül 28 lett olyan, amelynek pontosan két lapja piros. Mekkora lehetett a négyzetes oszlop térfogata?
9. Hány  $(x; y)$  rendezett valós számpár megoldása van az alábbi egyenletrendszernek, ha  $x$  és  $y$  is a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallum elemei?

$$\left. \begin{array}{l} \sin x \cdot \cos y = 0 \\ \sin x + \sin^2 y = \frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

Pontszámok:

1	2	3	4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b	7a	7b	8	9
11	13	13	3	4	7	7	9	11	5	4	12	16	16