

I.

1. a) Mely valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?

$$(x-1)^3 - (x+1)^3 > -8$$

b) Az alábbi f és g függvényt is a $[-3; 6]$ intervallumon értelmezzük.

$$f(x) = \sqrt{x+3} \text{ és } g(x) = -0,5x + 2,5.$$

Ábrázolja közös koordinátarendszerben az f és a g függvényt a $[-3; 6]$ intervallumon!

Igazolja számolással, hogy a két grafikon metszéspontjának mindkét koordinátája egész szám!

c) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$0,5x + \sqrt{x+3} \leq 2,5$$

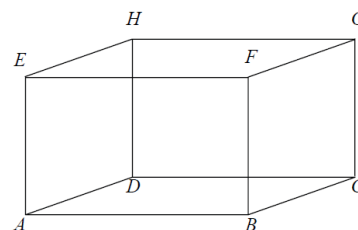
2. a) Hány olyan tízjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye a $\{0; 8\}$ halmaz eleme?

b) Írja fel a 45-nek azt a legkisebb pozitív többszörösét, amely csak a 0 és a 8-as számjegyeket tartalmazza!

3. Az $ABCDEFGH$ téglatest A csúsból induló élei: $AB=12$; $AD=6$; $AE=8$. Jelölje a HG él felezőpontját P .

a) Számítsa ki az $ABCDP$ gúla felszínét!

b) Mekkora szöveget zár be az $ABCDP$ gúla ABP lapjának síkja az $ABCD$ lap síkjával?



4. Egy felmérés során megkérdeztek 640 családot a családban élő gyermekek számáról, illetve azok neméről. A felmérés eredményét az alábbi táblázat mutatja:

(Tehát pl. a gyermektelen családoknak a száma 160, és 15 olyan család volt a megkérdezettek között, amelyben 1 fiú és 2 lány van.)

a) Hány fiúgyermek van összesen a megkérdezett családokban?

b) A felmérésben szereplő legalább kétgyermekes családokban mennyi a leggyakoribb leányszám?

c) A családsegítő szolgálat a megkérdezett családok közül a legalább négy gyermeket nevelőket külön támogatja. Az alábbi táblázat kitöltésével készítsen gyakorisági táblázatot a külön támogatásban részesülő családokban lévő gyermekek számáról!

		fiúk száma					
		0	1	2	3	4	5
lányok száma	0	160	103	61	8	5	0
	1	121	58	11	4	1	1
	2	54	15	3	2	2	2
	3	9	3	1	1	0	1
	4	6	3	1	1	1	0
	5	1	0	1	0	0	0

gyermekszám egy családban	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság							

Hány családot és összesen hány gyermeket támogat a családsegítő szolgálat?

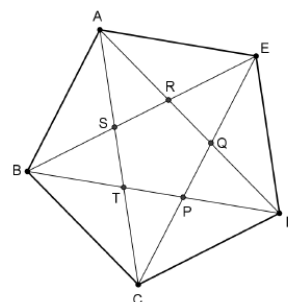
II.

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát egyértelműen jelölje meg!

5. A $x^2 = 2y$ egyenletű parabola az $x^2 + y^2 \leq 8$ egyenletű körlapot két részre vágja. Mekkora a konvex rész területe? Számolása során ne használja a π közelítő értékét!

6. Megrajzoltuk az $ABCDE$ szabályos ötszöget, és berajzoltuk minden átlóját. Az átlók metszéspontjait az ábra szerint betűztük meg: P, Q, R, S, T .

a) Hány olyan háromszög látható az ábrán, amelynek mindhárom csúcsa a megjelölt 10 pont közül való, és mindhárom oldalegyenese az $ABCDE$ ötszög oldalegyenesei és átlóegyenesei közül kerül ki?



Hány lényegesen különböző háromszög van ezek között, ha az egymáshoz hasonló háromszögeket nem tekintjük lényegesen különbözőeknek?

- b) Tudjuk, hogy az $ABCQ$ négyszög területe 120 cm^2 . Mekkora az $ABCDE$ ötszög területe? Válaszát egész értékre kerekítve adja meg!
- c) Tekintsük azt a tíz csúcsú gráfot, amelyet a megadott ábra szemléltet. Erről a gráfról fogalmazzunk meg két állítást. Állapítsa meg mindkét állításról, hogy igaz vagy hamis! Adjon rövid magyarázatot válaszára!
1. állítás: Ennek a gráfnak 20 éle van.
 2. állítás: Ebben a gráfban van olyan részgráf, amely nyolc élű kör.

7. Egy kozmetikumokat gyártó vállalkozás nagy tételben gyárt egyfajta krémet. A termelés teljes havi mennyisége (x kilogramm) 100 és 700 kg közé esik, amelyet egy megállapodás alapján a gyártás hónapjában el is adnak egy nagykereskedőnek. A megállapodás azt is tartalmazza, hogy egy kilogramm krém eladási ára: $(36 - 0,03x)$ euró.

A krémgyártással összefüggő havi kiadás (költség) is függ a havonta eladott mennyiségtől. A krémgyártással összefüggő összes havi kiadást (költséget) a $0,0001x^3 - 30,12x + 13000$ összefüggés adja meg, szintén euróban.

- a) Számítsa ki, hogy hány kilogramm krém eladása esetén lesz az eladásból származó havi bevétel a legnagyobb! Mekkora a legnagyobb havi bevétel?
- b) Adja meg a krémgyártással elérhető legnagyobb havi nyereséget! Hány kilogramm krém értékesítése esetén valósul ez meg? (*nyereség=bevétel–kiadás*)

8. a) Két gyerek mindegyike 240 forintért vett kaparós sorsjegyet. Fémpénzzel fizettek (5; 10; 20; 50; 100 és 200 forintos érmékkel), és pontosan kiszámolták a fizetendő összeget. Hányféleképpen fizethetett Miki, ha ő 4 darab érmével fizetett, és hányféleképpen fizethet Karcsi, ha ő 5 darab érmével fizetett? (A pénzürmék átadási sorrendjét nem vesszük figyelembe.)

A „bergengóc” lottóban kétszer húznak egy játéknapon. Bandi egy szelvénnel játszik, tehát az adott játéknapon **mindkét** húzásnál nyerhet **ugyanazzal** a szelvénnel.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak legalább egy telitalálata lesz, ha p annak a valószínűsége ($0 < p < 1$), hogy egy szelvényen, egy húzás esetén telitalálata lesz?

Megváltoztatták a játékszabályokat: minden játéknapon **csak egyszer** húznak (más játékszabály nem változott). Bandi most **két** (nem feltétlenül különbözően kitöltött) szelvénnel játszik.

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak telitalálata legyen valamelyik szelvényén?

d) A telitalalat szempontjából a **b)** vagy a **c)**-ben leírt játék kedvezőbb Bandi számára?

9. Egy egyetem 10.580 hallgatójának tanulmányi lapjáról összesítették az angol és német nyelvvizsgák számát. Kiderült, hogy a német nyelvvizsgával nem rendelkezők 70%-ának, a német nyelvvizsgával rendelkezők 30%-ának nincs angol nyelvvizsgája. Az angol nyelvvizsgával nem rendelkezők 60%-ának német nyelvvizsgája sincs.

a) Ezek közül a hallgatók közül hányan rendelkeztek angol és hányan német nyelvvizsgával?

b) A hallgatók hány százaléka rendelkezett az angol és német nyelvvizsgák mindegyikével?

Pontszámok:

1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	5	6a	6b	6c	7a	7b	8a	8b	8c	8d	9a	9b
4	4	6	3	7	10	3	3	5	6	16	8	4	4	6	10	4	4	4	4	12	4