

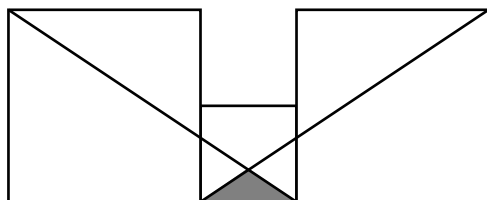


Rácz János matematika emlékverseny 2009/2010

7-8. évfolyam

II. forduló

1. Petra választott három egymást követő pozitív egész számot. Közülük két-két számot minden lehetséges módon összeszorozott. Lehet-e a három szorzat összege 3 000 000?
2. Adottak a koordinátarendszerben az $A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(3;2)$, $D(0;1)$ pontok. Bizonyítsuk be, hogy a négyszög átlói 45° -os szöget zárnak be egymással!
3. A kerékpárunkon egy-egy kerék kerülete 220 cm. A kerekek talajon levő pontjainak távolsága 110 cm. Biciklinkkel ráhajtunk egy 6 cm széles és 3 méter hosszú frissen festett festécsíkra, a csík hosszirányára merőlegesen. A kerekek befestékeződnek, és a csík elhagyása után az aszfalton nyomot hagynak. Milyen festékmintát hagy a kerékpár maga után az aszfalton, miközben a csík elhagyása után 11 métert megtesz egyenesen előre haladva? (A kerékre ragadt festék ekkora távolság megtétele után még mindig fog.)
4. Az ABC háromszög A csúcsához tartozó külső szögfelezőn jelölj ki egy A -tól különböző A_1 pontot! Bizonyítsd be, hogy az A_1BC háromszög kerülete nagyobb, mint az ABC háromszög kerülete!
5. Egy négyjegyű szám két kettesre végződik a tízes számrendszerben. Ha az egyik, majd mindkét kettest elhagyva a szám végéről, a kapott kétjegyű és háromjegyű számok összegéhez hozzáadjuk az eredeti négyjegyű számot, az eredmény 2022. Mi volt az eredeti szám?
6. Bizonyítsd be, hogy egy hatfős társaságban mindig találunk 3 olyan embert, akik közül bármely kettő ismeri egymást, vagy 3 olyan embert, akik közül senki sem ismeri a többieket!
7. 1-100-ig véletlenszerűen választunk egy számot. Melyik fogadást kötnéd meg szívesebben:
1:5, hogy prím lesz; *vagy*
1:9, hogy négyzetszám lesz?
8. 50 különböző pozitív egész összege 2496. Mutasd meg, hogy legalább két páros szám van közöttük!
9. Két nagy és egy kis négyzetet az ábrának megfelelően rajzoltunk egymás mellé. Hány négyzetcentiméter a színezett terület nagysága, ha a nagy négyzetek oldalai 2 cm, a kis négyzet oldalai 1cm hosszúságúak?



10. Igazold, hogy bármely háromszögben a magasságok összege kisebb a kerületnél!