



RÁCZ JÁNOS MATEMATIKA EMLÉKVERSENY 2009/2010

9-10. évfolyam

I. forduló (2009. szeptember 15 – december 15.)

1. Bizonyítandó, hogy ha $a + b + c = 0$, akkor $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.
2. Határozzuk meg azt a három legkisebb egymást követő természetes számot, melyek összege négyzetszám, és egyúttal köbszám is.
3. Bizonyítandó, hogy ha egy természetes szám négyzetét 16-tal osztjuk, akkor a maradék ismét négyzetszám, vagy 0.
4. A 15-ös számrendszerben felírt 123456789abcde számot elosztjuk 7-tel. Mi lesz a maradék? (a, b, c, d, e jelölik a 15-ös számrendszerben a 10, 11, 12, 13 és 14 értékű számjegyeket)
5. Kettő a következő játékot játsszák: 25 gyufaszálat tartalmazó halomból felváltva elvesznek maguknak egy, kettő vagy három szál gyufát. Az veszít, aki a legutolsó gyufaszálat veszi fel. Kinek van nyerő stratégiája: a kezdő játékosnak, vagy ellenfelének?
6. Egy 1-gyel kezdődő természetes szám elejéről letöröltük az 1-est és a szám végére írtuk. Így az eredeti szám háromszorosát kaptuk. Melyik a legkisebb ilyen természetes szám?
7. Egyik év márciusában Szentlőrinci Benedek hetente csak kétszer evett húst, csütörtökön és vasárnap. Így ebben a hónapban összesen nyolc olyan nap volt, amikor húst fogyasztott. Március 15-én evett-e húst?
8. Szerkesszünk adott körbe olyan húrnégyszöget, amelynek egyik oldala adott hosszúságú, és ennek végpontjaiból kiinduló két oldal egy – a körön kívüli – adott pontban metszi egymást, és adott szöget zárnak be.
9. Adva van a síkban egy e egyenes és két pont, A és B . Hogyan kell megválasztani az e egyenesen a P pontot, hogy $\max(AP, PB)$ a lehető legkisebb legyen?
10. Az ABC háromszög mindegyik szögének fokokban vett mértékszámja egész szám. Az A csúcsnál tompaszög van. A BC oldal D belső pontja olyan helyzetű, hogy az ABD háromszög derékszögű, és az ADC háromszög egyenlőszárú. A feltételeknek megfelelően hányféleképpen lehet megadni az ABC háromszög szögeit?