

RÁCZ JÁNOS MATEMATIKA EMLÉKVERSENY
2008/2009
9-10. ÉVFOLYAM II. FORDULÓ
(Beadási határidő: 2009. március 20.)

1. Egy háromszög oldalai a ; b ; c , területe t és tudjuk, hogy $(a + b + c)(a + b - c) = 4t$.
Bizonyítsd be, hogy a háromszög derékszögű!

2. Oldd meg a pozitív egész számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$xyz + xz + yz - xy - x - y + z = 1986$$

3. Egy $ABCD$ húrnégyszög AB és CD oldalegyenese az E pontban, AD és BC oldalegyenese az F pontban metszi egymást. Az AED szög felezője az AD oldalt a P a BC oldalt a Q pontban az AFB szög felezője a DC oldalt az R , az AB oldalt az S pontban metszi.
Igazold, hogy a $PQRS$ négyszög rombusz!

4. Kis számológépünk elromlott és most azon kívül, hogy kiszámolja a számok reciprokát, csak összeadni és kivonni tud. Keressünk olyan képleteket, amelyek alapján kiszámolható a számok négyzete és a két szám szorzata.

5. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget!

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) \geq \frac{9}{16}$$

6. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai AB és CD , átlóinak metszéspontja M . A CMD szög szögfelezőjére tükrözzük a C és D csúcsokat. A tükröképek legyenek C_1 és D_1 . Bizonyítsd be, hogy A , B , C_1 és D_1 egy körön vannak!

7. Az M és N pontok az AB és CD szakaszok felezőpontjai. Bizonyítsd be, hogy a BCD háromszög súlypontja, az MN szakasz felezőpontja és az A pont egy egyenesen vannak!

8. Határozd meg az n természetes szám értékét úgy, hogy az $n^2 + 5n + 14$ négyzetszám legyen!

9. Hat ember hányféleképpen állhat sorba, úgy hogy két nagy között nem lehet egy kisebb?

10. Tekintsünk egy 2×30 -as „sakktáblát”. Hányféleképpen fedhető le ez a „sakktábla” 1×2 -es dominóval?