

Rácz János matematika emlékverseny

2008/2009

7-8. évfolyam

I. forduló (2008. szept.15 – dec.15.)

1. Egy szabályos hatszög és egy szabályos háromszög kerülete egyenlő. Számítsd ki a területük arányát!
2. A hetedik osztályban 30 tanuló van. Magyarórán tollbamondáskor egy gyerek 12 hibát vétett, a többi kevesebbet. Bizonyítsd be, hogy van legalább három olyan gyerek az osztályban, akik ugyanannyi hibát követtek el!
3. Ha a nagypapa életkorát jelző számjegyeket felcseréljük, akkor megkapjuk a nagymama éveinek számát. Ha az előbbiből kivonjuk az utóbbit, akkor megkapjuk az unoka életkorát. Hány éves a nagypapa, a nagymama és az unoka, ha a nagymama éveinek száma az unoka éveinek számának hatszorosánál kettővel több?

4. Tetraminónak nevezzük a Tetris nevű játékban szereplő alakzatokat. Ezeket úgy kapjuk, hogy négy egybevágó négyzetből álló síkbeli alakzatokat készítünk, melyekben a négyzetek teljes oldalukkal csatlakoznak egymáshoz, semmilyen más érintkezés két négyzet között nem megengedett. A hasonló elven hat, illetve hét négyzetből felépülő síkbeli alakzatokat hexaminóknak, illetve szeptaminóknak nevezzük.

a) Hányféle hexaminó létezik? Ebből melyek azok, amelyekből kockát lehet hajtogatni?

b) Hányféle szeptaminó létezik?

(Két alakzatot a kérdések szempontjából akkor tekintünk különbözőnek, ha sem síkbeli, sem térbeli mozgatással nem vihetők egymásba.)

5. Legyen az A halmaz $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. Add meg az A halmaz lehető legtöbb elemből álló B részhalmazát úgy, hogy B bármely két elemére teljesüljön a következő állítás: ha két szám eleme B -nek, akkor sem az összegük, sem a különbségük, sem a szorzatuk nem eleme B -nek.

6. Jancsi nagyon szeret az úgynevezett memóriajátékkal játszani. A játék 18-féle kártyából áll, mindegyikből 2-2 db van a készletben. Jancsi megkeveri a kártyákat, és kiteszi az összeset az asztalra hátlapjával felfelé. A játék fordulókból áll. Egy fordulóban megfordít az asztalon levő kártyák közül egyet, majd még egyet. Ha ezek egyformák, akkor felveszi őket, ha különbözőek, akkor visszafordítja őket. A játék addig tart, amíg minden kártyát fel nem vett az asztalról. Jancsi memóriája kiváló, ezért minden megfordított kártyáról meg tudja jegyezni, hogy melyik kártya, és hol helyezkedik el. Ilyen feltételekkel legfeljebb hány fordulóból állhat egy játék?

7. Egy halom cetli áll rendelkezésünkre. Ezek közül kivesszünk egyet, és háromféle dolog közül az egyiket tehetjük vele:

A: ötfelé vágjuk *vagy*

B: kilencfelé vágjuk *vagy*

C: tizenhatfelé vágjuk,

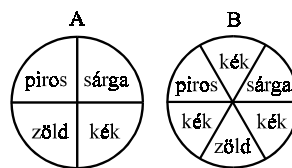
és a kapott darabokat visszatesztjük az eredeti cetlihalomba. Ezután újra választunk egy cetlit, és ismét az A, B vagy C lépést hajtjuk végre vele, majd a kapott darabokat visszahelyezzük a halomba, és így tovább.

Eredetileg hat cetlit tartalmazott a halom. El tudjuk-e érni csak a megengedett lépések segítségével, hogy a halomban 2222 cetli legyen, ha a végén bármely kétféle végrehajtott lépés darabszáma közt legfeljebb 1 lehet az eltérés?

8. Az ábrán kétféle festékesdoboz látható. Anna, Balázs, Csilla és Dalma úgy festenek, hogy bekötött szemmel kétszer egymás után beledugják ecsetjüket valamelyik doboz valamelyik rekeszébe, és az így kevert színt viszik a rajzlapra. Anna mindkétszer az első, Balázs mindkétszer a második, Csilla először az első, majd a második, Dalma először a második, majd az első dobozba dugja ecsetjét. (Azt, hogy a doboz és a rekeszei hol vannak, ki tudják tapintani, csak azt nem, hogy melyik rekeszben melyik színű festék van). Melyikük kaphat a legnagyobb eséllyel lila színt (kék+piros), ha

a) az első és a második benyúlás előtt is megpörgeti valaki a dobozokat?

b) csak az első benyúlás előtt pörgetik meg a dobozokat?



9. A palindrom számokat nagyságrendi sorrendben felsoroljuk. Milyen számok lehetnek a szomszédosak különbségei?

10. Sanyi az 1-től n -ig terjedő egész számok közül gondol egyre. Mi barkochba kérdéseket tehetünk fel neki, azaz olyan kérdéseket, melyekre „igen” vagy „nem” a válasz, más típusú kérdésekre Sanyi nem válaszol. Minden válaszáért azonban fizetnünk kell: ha „igen” a válasz, akkor 1 petákot, ha „nem” a válasz, akkor 2 petákot. Ha 2 petáknál kevesebb pénzünk van, akkor már nem kérdezhetünk.

Adj meg minél nagyobb n értéket úgy, hogy biztosan ki tud találni a gondolt számot, ha 15 peták áll rendelkezésedre ehhez! Add meg azt is, hogy az általad mondott n érték esetén hogyan kell ehhez kérdezni!

Beadási határidő: december 15. Minden feladat 10 pontot ér. Az október 15-ig beadott megoldások pontszáma 1,5-szeresen, az október 15. után, de november 15-ig beadott megoldások pontszáma 1,3-szeresen számít. A megoldásokat Magyar Zsolt tanár úrhoz kell eljuttatni.